Matematika Felmérő
Megoldások
ÓE RKK

1. Hozza közös nevezőre és egyszerűsítse az $\frac{5-4x}{7x-7}-\frac{5x-1}{(x-1)^2}$ kifejezést! Milyen x-ekre értelmezve van a kifejezés?

Megoldás: $\frac{5-4x}{7x-7}-\frac{5x-1}{(x-1)^2}=\frac{5-4x}{7(x-1)}-\frac{5x-1}{(x-1)^2}=-\frac{(5-4x)(x-1)-7(5x-1)}{7(x-1)^2}$

$=\frac{5x-5-4x^2+4x-35x+7}{7(x-1)^2}=\frac{-4x^2-26x+2}{7(x-1)^2}$.

A kifejezés értelmezve van minden valós x kivéve x=1.

2. Egyszerűsítse az $\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ racionális kifejezést ott ahol értelmezve van!

Megoldás: $\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+2)}=\frac{x-1}{x+2}$.

3. Írja fel a és b egy-egy hatványának a szorzataként a $\frac{(\sqrt{a})^{-3}b^{-1/2}}{b^{9/8}\left(\sqrt[3]{a}\right)^6}$ kifejezést!

Megoldás: $\frac{(\sqrt{a})^{-3}b^{-1/2}}{b^{9/8}\left(\sqrt[3]{a}\right)^6}=\frac{a^{-3/2}b^{-1/2}}{b^{9/8}a^{6/3}}=a^{-\frac{3}{2}-2}b^{-\frac{1}{2}-9/8}=a^{-7/2}b^{-13/8}$.

4. Számítsa ki a 17+21+25+…+169 összeget!

Megoldás: Számtani sorozatról van szó: $a_1=17, d=4$.

$a_n=a_1+(n-1)d \implies 169=17+(n-1)4 \implies n=39.$

$S_n=17+\cdots+169=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot \mathrm{n}=\frac{17+169}{2}\cdot 39=3627$

5. Írja fel egyszerűbb alakban a $lg\left(\sqrt[3]{1000}\cdot 100^{9x/2}\right)$ kifejezést!

Megoldás: $lg\left(\sqrt[3]{1000}\cdot 100^{9x/2}\right)=lg\left(10\cdot 100^{9x/2}\right)=lg10+lg\ \left(100^{9x/2}\right)$

$=1+\lg 10^{9x}=1+9x.$

6. Oldja meg a $4x^3=x-3x^2$ egyenletet!

Megoldás: $4x^3=x-3x^2 \implies 4x^3+3x^2-x=0 \implies x(4x^2+3x-1)=0$
Tehát: $x_1=0$, vagy $4x^2+3x-1=0$, amiből kapunk még két megoldást:
$x_{2,3}=\frac{-3+=\sqrt{9+16}}{8} \implies x_2=\frac{1}{4}, x_3=-1$.

7. Állapítsa meg az 1, $\sqrt{2}$ és $\sqrt{3}$ oldalakkal rendelkező háromszög szögeit!

Megoldás 1: Legyen α az 1 hosszúságú oldal szembeni szög, β a $\sqrt{2}$ hosszúságú oldal szembeni szög és □ a harmadik szög. Mivel $\sqrt{3}^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2$ a □ szög derékszög: $\gamma = 90^0$,
és $\tan\beta = \frac{\sqrt{2}}{1} \Longrightarrow \beta = 54{,}74^0$, és végül: $\alpha = 180 - (\beta + \gamma) = 35{,}26^0$.

Megoldás 2: Legyen α az 1 hosszúságú oldal szembeni szög, β a $\sqrt{2}$ hosszúságú oldal szembeni szög és □ a harmadik szög. Alkalmazva kétszer a koszinusztételt:

$1^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{2}\sqrt{3}\cos(\alpha) \Longrightarrow \cos(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{6}} \Longrightarrow \alpha = 35{,}26^0$.

$\sqrt{2}^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3}\cos(\beta) \Longrightarrow \cos(\beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Longrightarrow \beta = 54{,}74^0$

És végül: $\gamma = 180 - (\alpha + \beta) = 90^0$.

8. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely az y tengelyt a -2-ben metszi és irányszöge 60^0 .

Megoldás: Egyenes irányszöge $60^0 \Longrightarrow irány tangense\ m = \tan 60^0 = \sqrt{3}$.

Az $(x_0, y_0) = (0, -2)$ rajta van a keresett egyenesen. Így a keresett egyenes egyenlete:

$y = y_o + m(x - x_o) \Longrightarrow y = -2 + \sqrt{3}(x - 0)$, tehát: $y = \sqrt{3}x - 2$.

9. Az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ függvény esetén határozza meg

a) értelmezési tartományát,
b) grafikonját,
c) értékkészletét,
d) tengelymetszeteit,
e) minimum és maximum helyeit és értékeit.

Megoldás:

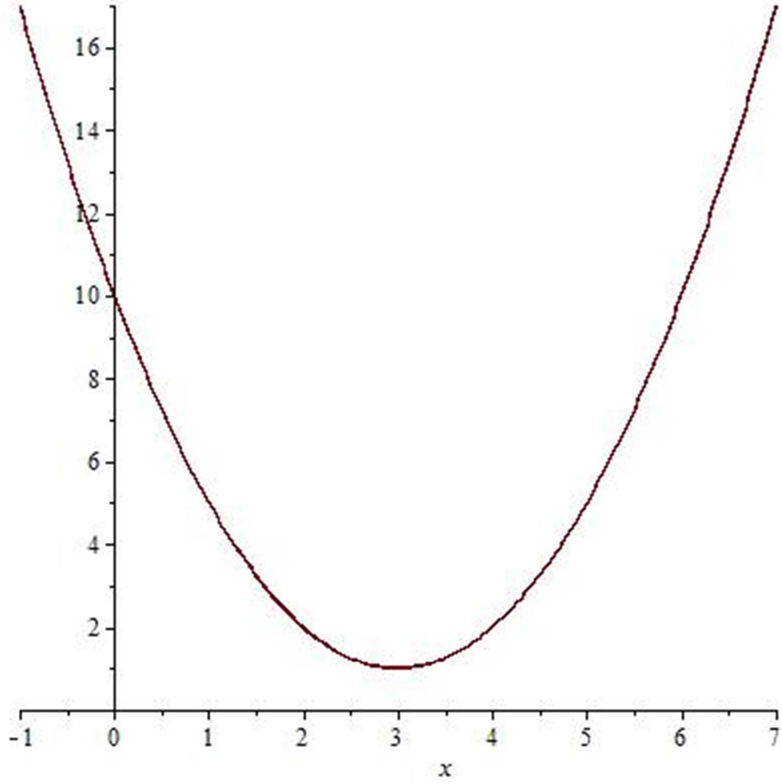
a) A másodfokú függvény minden x valós számra van értelmezve, tehát

$D_f = R$.

b) A másodfokú polinom teljes négyzetté átalakításával:

$f(x) = x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1$,

látjuk, hogy az f(x) függvény grafikonja az alap $y = x^2$ parabolából egy vízszintes és egy függőleges eltolással kapható. Így a grafikon a következő :



c) A függvény értékkészlete az $[1, \infty)$ intervallum ($R_f = [1, \infty)$).
d) x tengely metszete nincs, y tengely metszete y=f(0)=10.
e) max helye nincs, min helye x=3 és minimum értéke y=1.

10. Mely valós x értékekre értelmezhető az $\frac{1}{\cos x - 1}$ kifejezés?

Megoldás: A kifejezésnek van értelme ha $\cos x \neq 1$, tehát

$x \neq k\, 2\pi, k\ tetszőleges\ egész\ szám$