

**Matematika Felmérő**  
**Megoldások**  
RKK.2023. Augusztus

1. Hozza közös nevezőre és egyszerűsítse az  $\frac{5-4x}{7x-7} - \frac{5x-1}{(x-1)^2}$  kifejezést! Milyen x-ekre értelmezve van a kifejezés?

$$\begin{aligned} \text{Megoldás: } \frac{5-4x}{7x-7} - \frac{5x-1}{(x-1)^2} &= \frac{5-4x}{7(x-1)} - \frac{5x-1}{(x-1)^2} = -\frac{(5-4x)(x-1)-7(5x-1)}{7(x-1)^2} \\ &= \frac{5x-5-4x^2+4x-35x+7}{7(x-1)^2} = \frac{-4x^2-26x+2}{7(x-1)^2}. \end{aligned}$$

A kifejezés értelmezve van minden valós x kivéve x=1.

2. Egyszerűsítse az  $\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$  racionális kifejezést ott ahol értelmezve van!

$$\text{Megoldás: } \frac{x^2-1}{x^2+3x+2} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-1}{x+2}.$$

3. Írja fel  $a$  és  $b$  egy-egy hatványának a szorzataként a  $\frac{(\sqrt{a})^{-3}b^{-1/2}}{b^{9/8}(\sqrt[3]{a})^6}$  kifejezést!

$$\text{Megoldás: } \frac{(\sqrt{a})^{-3}b^{-1/2}}{b^{9/8}(\sqrt[3]{a})^6} = \frac{a^{-3/2}b^{-1/2}}{b^{9/8}a^{6/3}} = a^{-\frac{3}{2}-2}b^{-\frac{1}{2}-9/8} = a^{-7/2}b^{-13/8}.$$

4. Számítsa ki a  $17+21+25+\dots+169$  összeget!

Megoldás: Számtani sorozatról van szó:  $a_1 = 17, d = 4$ .

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 169 = 17 + (n-1)4 \Rightarrow n = 39.$$

$$S_n = 17 + \dots + 169 = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = \frac{17+169}{2} \cdot 39 = 3627$$

5. Írja fel egyszerűbb alakban a  $\lg(\sqrt[3]{1000} \cdot 100^{9x/2})$  kifejezést!

$$\begin{aligned} \text{Megoldás: } \lg(\sqrt[3]{1000} \cdot 100^{9x/2}) &= \lg(10 \cdot 100^{9x/2}) = \lg 10 + \lg (100^{9x/2}) \\ &= 1 + \lg 10^{9x} = 1 + 9x. \end{aligned}$$

6. Oldja meg a  $4x^3 = x - 3x^2$  egyenletet!

$$\begin{aligned} \text{Megoldás: } 4x^3 &= x - 3x^2 \Rightarrow 4x^3 + 3x^2 - x = 0 \Rightarrow x(4x^2 + 3x - 1) = 0 \\ \text{Tehát: } x_1 &= 0, \text{ vagy } 4x^2 + 3x - 1 = 0, \text{ amiből kapunk még két megoldást:} \\ x_{2,3} &= \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{8} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = -1. \end{aligned}$$

7. Állapítsa meg az 1,  $\sqrt{2}$  és  $\sqrt{3}$  oldalakkal rendelkező háromszög szögeit!

Megoldás 1: Legyen  $\alpha$  az 1 hosszúságú oldal szembeni szög,  $\beta$  a  $\sqrt{2}$  hosszúságú oldal szembeni szög és  $\gamma$  a harmadik szög. Mivel  $\sqrt{3}^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2$  a  $\gamma$  szög derékszög:  $\gamma = 90^\circ$ , és  $\tan \beta = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \beta = 54,74^\circ$ , és végül:  $\alpha = 180 - (\beta + \gamma) = 35,26^\circ$ .

Megoldás 2: Legyen  $\alpha$  az 1 hosszúságú oldal szembeni szög,  $\beta$  a  $\sqrt{2}$  hosszúságú oldal szembeni szög és  $\gamma$  a harmadik szög. Alkalmazva kétszer a koszinusztételt:

$$1^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{2}\sqrt{3} \cos(\alpha) \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow \alpha = 35,26^\circ$$

$$\sqrt{2}^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} \cos(\beta) \Rightarrow \cos(\beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \beta = 54,74^\circ$$

$$\text{És végül: } \gamma = 180 - (\alpha + \beta) = 90^\circ$$

8. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely az y tengelyt a -2-ben metszi és irányszöge  $60^\circ$ .

Megoldás: Egyenes irányszöge  $60^\circ \Rightarrow$  *iránytangense*  $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ .

Az  $(x_0, y_0) = (0, -2)$  rajta van a keresett egyenesen. Így a keresett egyenes egyenlete:

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Rightarrow y = -2 + \sqrt{3}(x - 0), \text{ tehát: } y = \sqrt{3}x - 2.$$

9. Az  $f(x) = x^2 - 6x + 10$  függvény esetén határozza meg

- értelmezési tartományát,
- grafikonját,
- értékkészletét,
- tengelymetszeteit,
- minimum és maximum helyeit és értékeit.

Megoldás:

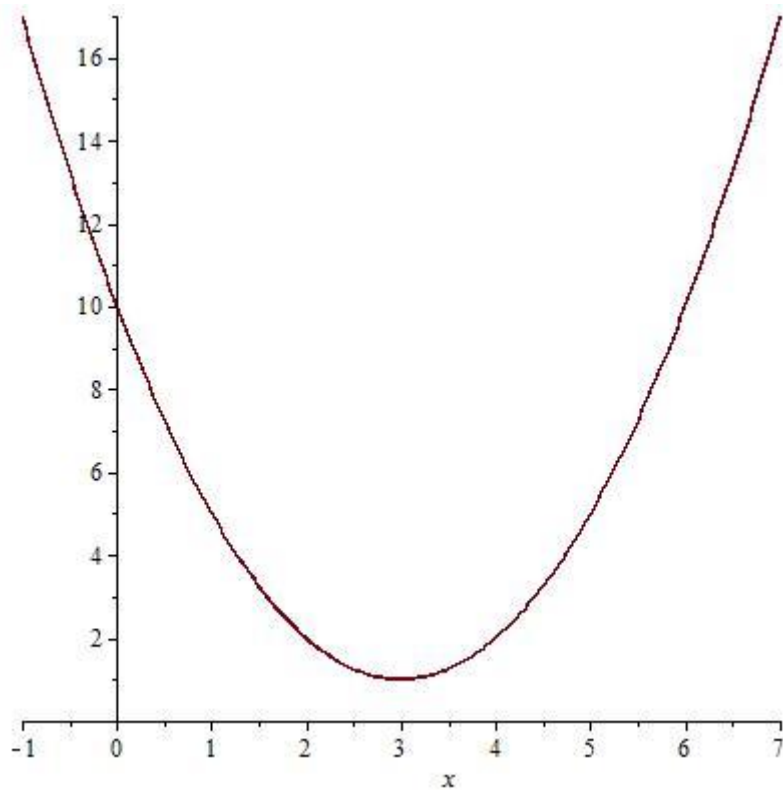
a) A másodfokú függvény minden x valós számra van értelmezve, tehát

$$D_f = R.$$

b) A másodfokú polinom teljes négyzetté átalakításával:

$$f(x) = x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1,$$

látjuk, hogy az  $f(x)$  függvény grafikonja az alap  $y = x^2$  parabolából egy vízszintes és egy függőleges eltolással kapható. Így a grafikon a következő :



c) A függvény értékkészlete az  $[1, \infty)$  intervallum ( $R_f = [1, \infty)$ ).

d) x tengely metszete nincs, y tengely metszete  $y=f(0)=10$ .

e) max helye nincs, min helye  $x=3$  és minimum értéke  $y=1$ .

10. Mely valós  $x$  értékekre értelmezhető az  $\frac{1}{\cos x - 1}$  kifejezés?

Megoldás: A kifejezésnek van értelme ha  $\cos x \neq 1$ , tehát

$x \neq k 2\pi, k$  tetszőleges egész szám